

Foucaultova kyvadla na PřF UP

TOMÁŠ OPATRŇY

Přirodovědecká fakulta Univerzity Palackého, Olomouc

Kyvadlem, jehož rovina kyvu se v průběhu dne stáčí, demonstroval v roce 1851 Léon Foucault v pařížském Pantheonu rotaci Země. Experiment se setkal s velkým ohlasem veřejnosti a inspiroval pak nejen ke konstrukci podobných kyvadel na dalších místech, ale i k umělecké tvorbě. Budou-li si chtít čtenáři tohoto textu postavit Foucaultovo kyvadlo doma či ve škole, zmíním zde několik „vychytávek“, které mohou být užitečné.

Eliptický pohyb

Kdo si zkusil sestrojít Foucaultovo kyvadlo prostým zavěšením vlákna se závažím, nejspíše se setkal s tím, že zpočátku rovinná trajektorie začne po chvíli připomínat elipsu a stáčení pohybu zdaleka neodpovídá tomu, co by čekal z teorie. Ta říká, že rovina kyvu by se měla každou hodinu stočit o 15 stupňů krát sinus zeměpisné šířky: u nás je to kolem $11^{\circ}30'$ za hodinu. Problém s eliptickým pohybem Foucaultova kyvadla zaměstnával významné mozky jako např. britského královského astronoma George Biddella Airyho či budoucího objevitele supravodivosti a nositele Nobelovy ceny Heike Kamerlingha Onnese. Airy ve svém článku [1] z roku 1851 ukazuje, že pokud je počáteční trajektorii kyvadla o délce L elipsa o poloosách a a b , stáčí se tato elipsa úhlovou rychlostí $(3/8)ab/L^2$ krát úhlová frekvence kyvadla. Souvisí to se skutečností, že kyvadlo není přesně harmonický oscilátor: jeho perioda s rostoucí amplitudou roste. U nepříliš dlouhých kyvadel pak může tento efekt snadno převážit nad stáčením způsobeným rotací Země a Coriolisovou silou. Například u třímetrového kyvadla kmitajícího s amplitudou 10 cm postačuje elipsa o centimetrové kratší poloose k tomu, aby rychlost stáčení vlivem elipticity převýšila rychlost stáčení vlivem rotace Země (autor tohoto textu byl při vlastních počátečních pokusech zaskočen, že zastavil Zemi, nebo ji roztočil v protisměru). Protože není snadné ručně rozhoupat kyvadlo přesně v rovině, řešil se tento problém často tak, že se vychýlené kyvadlo nejprve přivázalo tenkým vláknem k pevnému bodu. Po ustálení míří napjaté vlákno k rovnovážné poloze kyvadla. Vlákno se přepálí a kyvadlo se pak pohybuje přímo směrem k rovnovážné poloze. Takto se dodnes rozhoupává Foucaultovo kyvadlo například v Rotundě Květné zahrady v Kroměříži.

I když ale na počátku rozhoupete kyvadlo v rovině, pohyb přesto někdy může přejít v eliptický. Tento problém řešil Kamerlingh Onnes ve své disertační práci „Nové důkazy rotace Země“ [2] z roku 1879. Stává se tak vlivem asymetrie; přesněji řečeno tehdy, když se moment setrvačnosti kyvadla v jednom směru liší od momentu setrvačnosti ve směru kolmém. Kamerlingh Onnes navrhl závěsné zařízení s břity, které umožňovaly veškeré asymetričnosti velmi přesně kompenzovat.

Jednoduché a účinné řešení tohoto problému pak našel M. Charron v roce 1931 [3]. Lanko kyvadla prochází horizontálním prstencem, jehož střed se při kyvadle v rovnováze nachází na ose lanka. Prsteneček je umístěn pod bodem závěsu tak, že se jej lanko dotýká, pokud je kyvadlo poblíž své maximální výchylky. Tření lanka o prsteneček pak velmi účinně utlumí tečný pohyb kyvadla, zatímco radiální složka pohybu zůstává bez větších ztrát. Kyvadla s Charronovým prstencem tak rychle přejdou z eliptického pohybu na rovinný a lze je bez problému rozhoupávat z ruky.

Kompenzace ztrát energie

Aerodynamické tření bývá hlavním původcem ztrát. Výpočtem lze zjistit, že třecí síla vzduchu může být několikanásobně větší oproti Coriolisově síle. Krajiné body pohybu kyvadla se tak po strmé spirále blíží k rovnovážné poloze. Bez kompenzačního mechanismu tak lze obvykle sledovat stáčení roviny kyvu po dobu příliš nepřekračující dvě hodiny. Nejjednodušší způsob, jak kompenzovat ztráty, je zřejmě pomocí elektromagnetu. Ten je umístěn osově symetricky pod rovnovážnou polohou kyvadla a spíná se na krátkou dobu, když se kyvadlo blíží k rovnovážné poloze. Vespod kyvadla je umístěn magnet, který je elektromagnetem přitahován. K určení okamžiku, kdy kyvadlo prošlo rovnovážnou polohou, potřebného pro stanovení okamžiku sepnutí elektromagnetu, lze využít různých přístupů. Často je to pomocí napěťových impulsů generovaných v cívice pohybem magnetu připevněného ke kyvadlu. Na PřF UP k tomu používáme optickou detekci, kterou zmíním v následujících kapitolách.

Kyvadlo u hlavního schodiště PřF UP

Nová budova Přírodovědecké fakulty UP v Olomouci má prostor u hlavního schodiště umožňující zavěsit kyvadlo o délce 25,5 m (obr. 1). Poháněné kyvadlo vzniká v rámci diplomové práce Tomáše Schmiedta. Konstruováno je v podobě železné koule o hmotnosti 37 kg zavěšené na textilním lanku o průměru 3 mm (Dyneema D-F1, výrobcem uváděná nosnost 700 kg). Charroňův prsteneček o průměru 5 cm je umístěn 1 m pod bodem závěsu (obr. 2); lanko

se jej tedy dotýká, pokud je výchylka kyvadla větší než 64 cm. Pod skleněnou deskou tvořící podlahu u schodiště je umístěna cívka o 1 700 závitů z měděného drátu o průměru 1 mm, nasazená na kostru z magneticky měkké oceli. Ta je tvarovaná tak, aby magnetické pole co nejvíce vstupovalo do prostoru, kterým prochází kyvadlo. Předpokládá se napájení 12 V, což při odporu 13,5 Ω znamená proud cca 0,9 A. Ve výšce 5 cm nad magnetem pak cívka vytváří pole o indukci cca 10 mT.

Průchod kyvadla rovnovážnou polohou bude sledován dvěma páry laserových bran (obr. 3). Každý pár tvoří dva horizontální paralelní svazky ve vzájemné vzdálenosti asi 5 cm, umístěné po obou stranách od rovnovážné polohy kyvadla, ve výšce asi 0,5 m nad zemí. Přerušování svazku lankem označuje okamžik průchodu kyvadla, z čehož se dá dovodit okamžik průchodu rovnovážnou polohou a tedy načasovat sepnutí elektromagnetu. Kromě toho lze z prodlevy mezi přerušováním laserových svazků téhož páru určit složku rychlosti kolmou na tyto svazky. Při zjištění obou horizontálních složek rychlosti známe vektor rychlosti kyvadla a tím pádem i směr jeho kyvu, který tak bude možné sledovat a zaznamenávat elektronicky. Zpracování signálu a řízení elektromagnetu provádí Arduino. V současné době probíhají práce na elektronickém zapojení.

Měřením bylo zjištěno, že při amplitudě 75 cm je faktor kvality Q kyvadla přibližně 1 500. Odpovídá to tomu, že za jednu periodu poklesne amplituda o cca 1,5 mm a kyvadlo ztratí asi 17 mJ z původních 4 J energie. Než bude tuto ztrátu kompenzovat elektromagnet, je třeba kyvadlo rozhoupat ručně s tím, že za hodinu se již kýve s přibližně poloviční amplitudou.

Kyvadlo v pracovních

Jako zjednodušenou verzi jsem si postavil Foucaultovo kyvadlo ve své pracovních (obr. 4). Závažím je koule z pétanque o hmotnosti 720 g zavěšená na rybářském vlasci o délce 306 cm a průměru 0,25 mm. Charronův prstenec o průměru 6 mm je připevněn 25 cm pod bodem závěsu (obr. 5). Ke kouli je vespod připevněn malý neodymový magnet na 3 cm dlouhé tyčince, pod kyvadlem je pak cívka z Merkuru (bez jádra). Je dosti důležité přesně vycentrovat prstenec i cívku, jinak nastávají v pohybu kyvadla nepravidelnosti. Také je potřeba mít prstenec velmi hladký a bez kazů – jinak se může stát, že vlasec při každém pohybu zavadí o zoubek či jinou nerovnost v prstenci a ve výsledku se rovina kyvu přestane stáčet.

Tyčinka nesoucí magnet prochází skrz korkovou zátku, která vrhá stín při detekci polohy kyvadla. Na zátku ze dvou kolmých směrů svítí LED diody, jejichž světlo dopadá na protilehlé fotorezistory. Z okamžiků vstupu a výstupu

fotorezistoru ze stínu zátky Arduino určí průchod kyvadla rovnovážnou polohou a rozhodne o sepnutí a vypnutí cívky. Aby mohlo zařízení spolehlivě pracovat bez ohledu na vnější osvětlení, LED jsou střídavě na dobu 2 ms rozsvěcovány a zhaseny. To, že na fotorezistor dopadá právě světlo LED a ne vnější osvětlení, pak lze rozeznat podle odpovídajícího rozdílu výstupního napětí při rozsvícené a zhaslé LED.

Kyvadlo kmitá s amplitudou cca 4,5 cm. Ze dlouhodobějšího sledování plyne, že rychlost stáčení roviny kyvu je průměrně $11^{\circ}50' \pm 1^{\circ}40'$ za hodinu, což je v dobrém souhlasu s očekávanou hodnotou. Fluktuaace přičítám především průvanu v pracovně: z výpočtů i měření útlumu plyne, že síla odporu vzduchu je asi dvojnásobná oproti Coriolisově síle. Přitom rychlost kyvadla je maximálně 8 cm/s. Je tedy zřejmé, že i velmi slabý závan vzduchu má na pohyb kyvadla nezanedbatelný vliv.

Po vyladění je kyvadlo velmi spolehlivé – pohybuje se bez přerušení i několik měsíců. Když jdete kolem, ujistí vás, že se Země stále ještě točí.

Literatura

- [1] G. B. Airy, „On the vibration of a free pendulum in an oval differing little from a straight line,“ Royal Astron. Soc. XX, 121 (1851).
- [2] H. Kamerlingh Onnes, „Nieuwe bewijzen voor de aswenteling der aarde,“ disertace univ. Groningen (1879).
- [3] M. Charron, “Sur un perfectionnement du pendule de Foucault et sur l’entretien des oscillations,“ Comptes Rendus Acad. Sci. 192, 208-210 (1931).

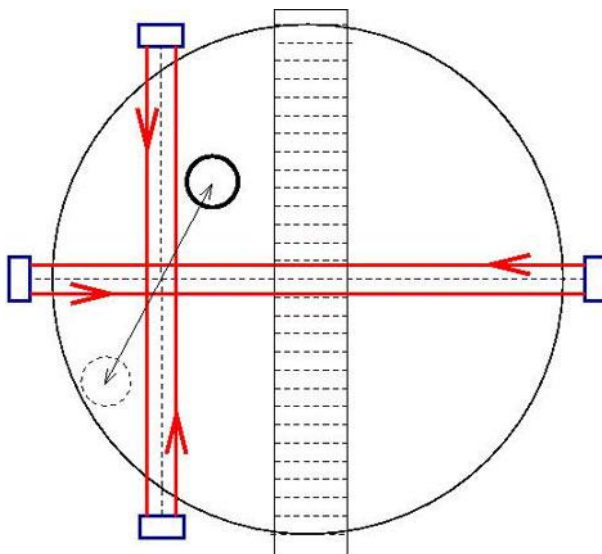
Obrázky



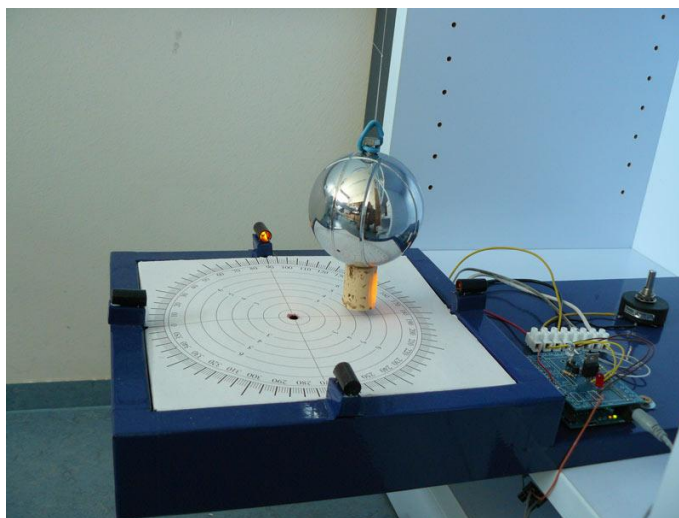
Obr. 1 Foucaultovo kyvadlo v prostorách schodiště PřF UP



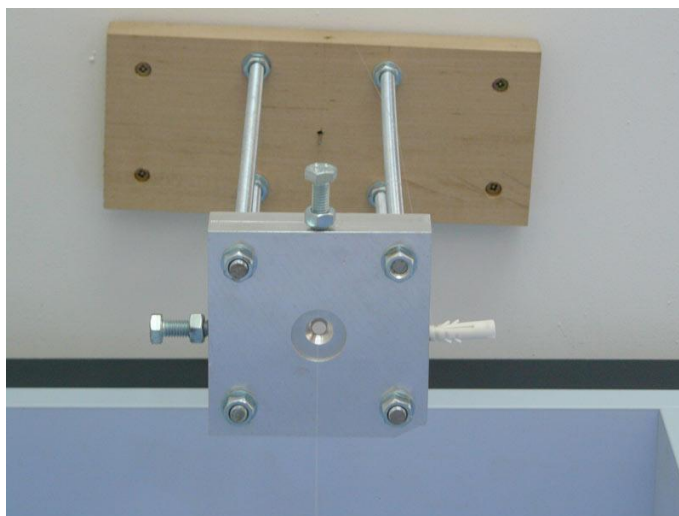
Obr. 2 Charronův prsteneček kyvadla v prostorách schodiště PřF UP



Obr. 3 Schéma detekce průchodu kyvadla rovnovážnou polohou pomocí laserových bran



Obr. 4 Foucaultovo kyvadlo v pracovně



Obr. 5 Charronův prstenec kyvadla v pracovní